

DOI: 10.24411/1993-7598-2019-10201

*Пиньковецкая Ю. С., канд. экон. наук, доцент кафедры экономического анализа и государственного управления Ульяновского государственного университета, г. Ульяновск, judy54@yandex.ru*

## Производственная функция, характеризующая оборот малых предприятий в регионах России

Целью исследования являлась оценка двухфакторной производственной функции, характеризующей зависимость оборота совокупностей малых предприятий в субъектах страны от величины заработной платы работников и потока инвестиций в основной капитал. В исследовании изучалась производственная функция, аналогичная функции Кобба-Дугласа, без ограничений на сумму степеней при факторах. Исследование базировалось на статистических пространственных данных, описывающих деятельность малых предприятий, в том числе микропредприятий. Использовалась официальная статистическая информация по 82 регионам России за 2017 г. Проведенное исследование позволило доказать высокое качество аппроксимации исходных данных, полученной двухфакторной производственной функцией, а также обосновать заключение, что экономика регионов России не достигла насыщения малыми предприятиями. Показаны преимущества выбора в качестве факторов при оценке производственной функции совокупностей малых предприятий в регионах потока инвестиций и заработной платы работников и пространственных данных за один год.

Производственная функция доказала, что имеются значительные резервы для дальнейшего развития предпринимательского сектора экономики, а именно: во всех российских регионах не достигнуто насыщение товарами и услугами малых предприятий. Рост каждого из факторов функции стимулирует эффективность использования соответственно другого фактора. С увеличением оборота в совокупности малых предприятий улучшаются возможности замещения одного фактора другим. Заработная плата в полученной функции влияет на объем производства в существенно большей степени, чем поток инвестиций в основной капитал. По совокупностям малых предприятий в регионах наблюдается возрастающая отдача от масштаба. Разработанная производственная функция представляет собой эффективный инструмент управления, который позволяет устанавливать эффективность использования финансовых и трудовых ресурсов малыми предприятиями в России и конкретных регионах в частности. Результаты исследования, а именно, новые знания для оценки производственной деятельности малых предприятий, имеют научное и практическое значение. Они могут использоваться в научных исследованиях, диагностике состояния предпринимательского климата, обосновании наиболее эффективных объемов трудовых и инвестиционных ресурсов, установления ключевых индикаторов при разработке планов и программ развития малого предпринимательства.

**Ключевые слова:** производственная функция, малые предприятия, объем производства, инвестиции, заработная плата, регионы России, метод наименьших квадратов

### Введение

В конце XX в. малое предпринимательство существенно увеличило свою долю в валовом внутреннем продукте и численности работников большинства развитых стран [Wennekers, Uhlaner, Thurik, 2002; Brock, Evans, 1989; Action Plan, 1999].

Малые предприятия выступают в качестве основных источников экономического роста, создания новых рынков, удовлетворения потребностей населения в рабочих местах [Van Praag, Versloot, 2007; Feldman, Lanahan, Miller, 2011]. Как показывает накопленный опыт [Мосина, 2016; Сафиуллин,

Гришина, Маликова, 2016; Чепуренко, 2017; Decker и др., 2014], именно предпринимательский сектор является основным драйвером регионального развития, особенно в слаборазвитых районах, и создает условия для структурной перестройки экономики. Поэтому малое предпринимательство стало в последние годы важнейшим элементом экономической политики как развитых, так и развивающихся стран.

На сегодняшний день в предпринимательском секторе России ведут деятельность многочисленные малые предприятия. В 2017 г. их число превышало 2755 тыс., в них работали 11 986 тыс. человек. Вместе с тем, доля малых предприятий составляет менее 20% валового внутреннего продукта и численности работников всех предприятий и организаций России. Таким образом, может быть сделан вывод, что малые предприятия пока не получили большого развития в России. Для сравнения можно отметить, что малые предприятия в странах Европейского Союза обеспечивают рабочими местами около 67% трудоспособного населения и производят 58% валового внутреннего продукта [Развитие малого и среднего предпринимательства, 2015].

В целом имеется насущная потребность в ускоренном развитии малых предприятий в нашей стране. Развитие предпринимательского сектора национальной экономики требует понимания факторов, оказывающих влияние на деятельность малых предприятий и объемы их производства. Поэтому актуальной проблемой представляется определение резервов роста таких предприятий в каждом из регионов. Обоснование имеющихся резервов, а также ресурсов, необходимых для эффективного функционирования малых предприятий, может быть основано на таких математических моделях, как производственные функции. Отечественный и зарубежный опыт показал возможность широкого применения производственных функций в экономическом анализе и управлении. Производственные функции являются экономико-математиче-

скими моделями производственных процессов и количественно выражают устойчивую естественную зависимость между факторами [Пиньковецкая, 2017], описывающими затраты капитала и труда, и показателем, характеризующим объем производства.

Исходя из этого, целью исследования, представленного в настоящей статье, являлась оценка факторов, оказывающих влияние на оборот малых предприятий, с использованием производственной функции.

## Обзор литературы

Первые расчеты производственных функций были выполнены Ч. Коббом и П. Дугласом и представлены ими в 1928 г. в своей работе [Cobb, Douglas, 1928]. Теоретические основы, а также развитие теории и практики построения таких функций описаны в статье Дугласа [Douglas, 1984]. В ней подчеркивается важность для развития теории производственных функций предложения Д. Дюрана [Durand, 1937] не накладывать ограничений на отдачу от масштаба производства. В России теоретические аспекты оценки и использования производственных функций нашли отражение во многих работах, среди которых наибольший интерес представляют работы В. А. Бессонова и С. В. Цухло [Бессонов, Цухло, 2002], а также Г. Б. Клейнер [Клейнер, 1986].

На сегодняшний день наибольшее распространение получили степенные функции. В табл. 1 на примерах российских исследований, результаты которых опубликованы в 2016–2018 гг., приведен анализ сложившихся методов оценки производственных функций. Абсолютное большинство исследований подтвердило целесообразность использования степенных производственных функций, которые отличаются изучаемыми объектами, видами результирующих показателей и факторов, типами исходных эмпирических данных, а также наличием или отсутствием ограничений на сумму показателей степеней.

Таблица 1. Характеристика российских исследований

Table 1. Characteristics of Russian research

Авторы	Фактор капитала	Фактор труда	Объем производства	Исходные данные	Ограничения на отдачу от масштаба производства	Объект исследования
Т. В. Алферова и др. (2018)	основные фонды	затраты на оплату труда	Выпуск продукции, товаров, услуг	временные ряды	нет	Пермский край
А. Ш. Камалетдинов, А. А. Ксенофонтов (2018)	основные фонды	производительность труда	Налоговые поступления по регионам	пространственные данные	нет	регионы России
Г. А. Сокол и др. (2017)	инвестиции в основной капитал	затраты на оплату труда	ВРП	временные ряды	да	Югра
В. М. Никоноров (2017)	основные фонды	численность занятых	объем розничной торговли	временные ряды	нет	Торговый сектор России
К. Р. Адамадиев (2017)	основные фонды	численность занятых	ВРП	пространственные данные	да	регионы России
Н. С. Садовин, Т. Н. Кокоткина (2017)	основные фонды	численность занятых	ВРП	временные ряды	нет	регионы России
С. Н. Пшеничникова, Д. И. Романюк (2017)	основные фонды	численность занятых	ВВП	временные ряды	нет	Россия
С. В. Арженовский, Р. В. Шеховцов (2016)	основные фонды	численность занятых	ВРП	временные ряды	да	Ростовская область
В. В. Носов, А. М. Азнабаева (2016)	основные фонды	численность занятых	ВВП	временные ряды	нет	Страны БРИКС
К. Р. Адамадиев, М. А. Халилов (2016)	инвестиции в основной капитал	численность занятых	ВРП	пространственные данные	нет	регионы России

Информация, приведенная в табл. 1, показывает, что в качестве объектов исследования в большинстве случаев выступают экономика регионов России (четыре случая) и конкретных регионов (три случая). По одному разу объектами исследования становились экономика России в целом, страны БРИКС, а также совокупность торговых предприятий, расположенных в России. В качестве результирующего фактора

производственных функций выступали валовой региональный продукт (ВРП) по регионам — шесть раз, валовой внутренний продукт (ВВП) по странам — два раза, а также, по одному разу, налоговые поступления по регионам и объем розничной торговли. В качестве факторов, описывающих капитал, в восьми работах рассматриваются основные фонды предприятий и организаций, в двух статьях — потоки инвестиций

в основной капитал. В качестве факторов, описывающих затраты труда, в абсолютном большинстве работ (семи) используется численность работников, занятых в рассматриваемых производственных процессах, в двух исследованиях — затраты на оплату труда и в одной статье — производительность труда. Исходные данные в семи исследованиях представляли собой временные ряды, в то время, как в трех работах использовались пространственные данные за один год. Во всех работах, приведенных в табл. 1, рассматривались степенные производственные функции, при этом в семи случаях не накладывались ограничения на сумму показателей степеней. Другими словами, оценивались производственные функции, в которых допускались возрастающая, постоянная и убывающая отдача от масштаба.

Исследования, основанные на производственных функциях по данным совокупностей малых предприятий, получили определенное развитие в зарубежных странах. В большинстве случаев факторами, которые определяют объем производства, являются капитальные затраты (стоимость всех машин, оборудования и зданий) и затраты труда. В качестве затрат труда в научных исследованиях обсуждаются разные показатели. Так, V. Boho rquez с соавт. и S. Husain с соавт. в работах [Boho rquez, Esteves, 2008; Husain, Islam, 2016] для описания трудозатрат используют количество постоянных сотрудников. А в книге A. P. Sage и соавт. [Sage, Rouse, 2011] рассматривается такой показатель, как общее количество человеко-часов, отработанных в течение года. В большинстве работ наблюдения основаны на временных рядах. Так, в статье T. Khatun и соавт. [Khatun, Afroze, 2016] доказано влияние количества рабочих и основного капитала на реальный ВВП по таким азиатским странам, как Бангладеш, Индия, Китай, Малайзия и Таиланд, на основе использования данных временных рядов за 1990–2014 гг. В работе S. Batool и соавт. [Batool, Zulfiqar, 2013] представлен анализ влияния этих же показателей на объем производства малых и средних пред-

приятий в Пакистане. Необходимо отметить, что исследования, основанные на оценке производственных функций, описывающих деятельность совокупностей малых предприятий в России, к настоящему времени не получили существенного развития. Вместе с тем можно отметить другую работу автора [Пиньковецкая, 2014], в которой была подробно рассмотрена методика разработки производственных функций по данным совокупностей малых и средних предприятий в регионах.

### **Методический подход и исходные данные**

В качестве объекта исследования нами были рассмотрены малые предприятия, расположенные в каждом из регионов России. Федеральный закон от 24.07.2007 № 209-ФЗ «О развитии малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации» установил порядок отнесения предприятий и организаций к категории малых. Основным подходом при этом выступает численность работников. Для малых предприятий она не должна более 100 человек. В нашем исследовании изучались соответственно взаимосвязи, определяющие деятельность совокупностей малых предприятий.

Исследование показало, что в процессе оценки производственных функций возникает ряд проблем, без преодоления которых не могут быть получены адекватные результаты. Остановимся на этих проблемах подробнее. Использование исходных данных за 10 и более лет (временные ряды) осложняется тем, что нужно учитывать имевшие место инфляционные процессы. Кроме того, необходимо исходить из предположения, что условия функционирования рассматриваемого объекта исследования за рассматриваемый интервал времени будут идентичны или, как минимум, претерпят мало изменений, что на практике не всегда выполняется. Временные ряды зачастую ограничены по длине, тем более, что в связи с кризисными явлениями в экономике ди-

намика изменения показателей испытывает существенные флуктуации. Особенно велико влияние указанных тенденций при оценке функций, в которых имеются ограничения на сумму показателей степеней при факторах.

При использовании в качестве фактора, описывающего затраты капитала, значений основных фондов главной проблемой выступает достоверность информации относительно реально используемой в производственных процессах доли основных фондов рассматриваемой экономической системы. Предположение о полном использовании основных фондов не всегда соответствует фактической их загрузке.

Аналогичная ситуация со вторым фактором. Численность работников, непосредственно занятых в производственных процессах, не всегда совпадает с фактическими трудозатратами, поскольку зачастую работники не заняты весь рабочий день (рабочую неделю). Это приводит к ошибочным показателям при оценке факторов труда. Наметившаяся в последние годы тенденция модификации производственных функций путем дополнения перечня факторов, приводит к появлению мультиколлениарности, а также требует теоретического обоснования возможности их использования.

В российской статистике принят подход, согласно которому объем продукции, производимой малыми предприятиями, принято характеризовать суммарным оборотом, который складывается не только из товаров собственного производства, но и выручки от продажи приобретенных на стороне товаров. Учитывая задачи, стоящие в процессе оценки производственных функций, нами в процессе исследования рассматривалась только та часть оборота малых предприятий, которая связана со стоимостью товаров собственного производства, а также с выполненными собственными силами работами и услугами.

Учитывая проведенный анализ, нами в качестве факторов производственных функций были рассмотрены инвестиции в основной капитал и заработная плата работников.

Корреляционный анализ показал, что эти факторы оказывают наибольшее влияние на оборот малых предприятий. При этом между ними нет взаимной связи (коллинеарности). Необходимо отметить, что поток инвестиций обеспечивает более приемлемые результаты по сравнению с таким фактором, как основные фонды. Такой вывод был сделан в работах В.А. Бессонова и С.В. Цухло (2002), Е.Е. Гавриленкова (2000) исходя из неполного использования основных фондов в малых предприятиях, о чем мы указывали ранее.

Заработная плата работников, занятых в малых предприятиях, представляет собой комплексный показатель, который учитывает не только затраты труда на производство продукции, но и особенности конкретного региона (уровень цен, занятость и другие социально-экономические аспекты). Кроме того, использование заработной платы работников в качестве фактора обеспечивает одинаковую размерность всех показателей производственных функций [Пиньковецкая, 2014]. Одинаковая размерность всех показателей производственной функции, как показано в статье Е.Е. Гавриленкова [Гавриленков, 2000], обеспечивает высокое качество построения соответствующих моделей.

В нашем исследовании были использованы пространственные данные, характеризующие рассматриваемые факторы и результирующие показатели по совокупности всех субъектов малого предпринимательства, расположенных в каждом из регионов России. Такой подход обусловлен следующим. Критерии отнесения предприятий к малым предприятиям в последние годы неоднократно менялись. Нынешние критерии используются с 2008 г. Бухгалтерский учет деятельности малых предприятий проводится один раз в год, соответственно ежегодно данные представляются в статистические органы. Поэтому моделирование показателей, характеризующих деятельность таких предприятий, с использованием временных рядов, возможно только на 10 лет (с 2008 по 2017 г.). Следовательно, количество наблюдений

равно девяти, что меньше минимально допустимого значения, которое в соответствии с критерием, предложенным в работе J. Felipe с соавт. [Felipe, McCombie, 2012], должно для двухфакторной функции быть не менее 16. Поэтому производственные функции по совокупностям малых предприятий, построенные по временным данным, противоречат указанному критерию.

Необходимо отметить, что пространственные данные позволяют уйти от проблем, которые характерны для временных рядов, о чем говорилось в литературном обзоре. Достоинства использования пространственных данных при оценке производственных функций подробно описаны в работе Г. Б. Ходасевич [Ходасевич, 2018].

Наше исследование включало в себя следующие этапы:

- сбор и обработку первичных статистических данных по обороту, инвестициям в основной капитал и заработной плате совокупностей малых предприятий, расположенных в каждом регионе;
- формирование информационных массивов сводных показателей;
- линейаризацию полученных на первом этапе данных, характеризующих независимые факторы и результирующую переменную;
- оценку производственной функции с использованием метода наименьших квадратов.

Качество аппроксимации исходных данных функцией производилось на основе тестов Фишера-Снедекора и Стьюдента, а также соответствующих коэффициентов и уровней значимости. Осуществлялась проверка разработанной функции на наличие автокорреляции, гетероскедастичности и мультиколлинеарности, а также на то, является ли распределение остатков по регрессии нормально распределенным с нулевым средним значением. Проведено изучение теоретических и практических результатов, вытекающих из анализа разработанной производственной функции, и возможностей их использования.

В исследовании использовалась официальная статистика Росстата<sup>1</sup> по деятельности малого предпринимательства в России за 2017 г. Исследование основано на информации по 82 регионам России. Таким образом, количество эмпирических наблюдений в процессе моделирования превышало предложенное в работе Харриса (1985) оптимальное значение наблюдений, равное 52. Некоторые характеристики показателей деятельности совокупностей малых предприятий, расположенных в регионах России, приведены в табл. 2.

В процессе вычислительного эксперимента была проведена оценка производственной функции, показывающей зависимость оборота малых предприятий от потока инвестиций в основной капитал и затрат на заработную плату работников малых предприятий, расположенных в субъектах (регионах) нашей страны. Параметры производственной функции определялись в соответствии с методологией Р. С. Пиндайка и Д. Л. Рубинфельда [Пиндайк, Рубинфельд, 2001]. Как уже отмечалось, оцениваемая функция описывает деятельность совокупностей всех малых предприятий, расположенных в каждом из регионов.

### Результаты экономико-математического моделирования

Разработанная функция, описывающая взаимосвязь оборота совокупности всех малых предприятий, расположенных в каждом из регионов, приведена далее:

$$y_1(x_1, x_2) = 4,512 \times x_1^{0,177} \times x_2^{0,829} \quad (1)$$

где  $y_1$  — оборот всех малых предприятий, расположенных в конкретном регионе России за год, млрд руб.;

<sup>1</sup> См.: Федеральная служба государственной статистики. Малое и среднее предпринимательство России [Электронный ресурс]. URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1139841601359](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1139841601359) (дата обращения: 15.01.2018).

**Таблица 2.** Показатели деятельности малых предприятий за 2017 г., млрд руб.

Table 2. Indicators of small enterprises activity in 2017, billion Rubles

Показатели	Минимальное значение	Максимальное значение	Среднее значение	Медианное значение	Среднее квадратическое отклонение
Объем производства малых предприятий в регионе	4,365	5638,141	245,548	113,857	642,240
Поток инвестиций в основной капитал	0,092	85,669	12,177	7,967	14,545
Затраты на заработную плату	1,132	1470,161	70,529	33,642	171,979

$x_1$  — инвестиции в основной капитал всех малых предприятий этого региона за год, млрд руб.;

$x_2$  — заработная плата работников всех малых предприятий этого региона за год, млрд руб.

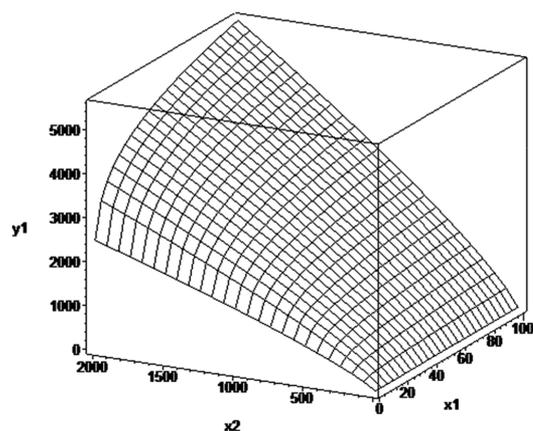
Графическая интерпретация этой функции представлена на рис. 1.

Из диаграммы видно, что рост заработной платы и инвестиций в основной капитал приводит к увеличению оборота совокупно-

стей малых предприятий в регионах. Логический анализ производственной функции показал, что она адекватно описывает оборот малых предприятий всего диапазона изменения значений факторов.

Анализ качества полученной функции приведен в табл. 3. В ней представлены расчетные значения коэффициентов корреляции и детерминации, тестов Фишера-Снедекора и Стьюдента (столбец 2), а также значимость по тесту Фишера-Снедекора и  $r$ -значения по тесту Стьюдента (столбец 3).

Сравнение расчетных значений, приведенных в табл. 3, со значениями тестов, представленных в литературе, показало, что производственная функция (1) обладает высоким качеством. Коэффициент корреляции близок к единице, что свидетельствует о близости к функциональной зависимости между объемом производства и двумя рассматриваемыми факторами. По мнению Н. Дрейпера и Г. Смита [Дрейпер, Смит, 1986], функции обладают хорошим качеством и успешно описывают эмпирические данные, когда коэффициенты детерминации превышают 0,8. Для функции (1) этот коэффициент существенно больше этого критерия и составляет 0,983. Разница между единицей и коэффициентом детерминации характеризует долю дисперсии, которая обусловлена влиянием других факторов, не входящих в функцию. Это позволяет сделать вывод, что функция (1) объясняет 96,5% вариации зависимых



**Рис. 1.** Производственная функция, отражающая зависимость оборота малых предприятий от инвестиций в основной капитал и заработной платы работников

Fig. 1. Production function, reflecting the dependence of the turnover of small enterprises on investments in fixed capital and wages of employees

**Таблица 3.** Расчетные значения по коэффициентам и тестам

Table 3. Calculated values on the coefficients and tests

Показатели качества	Расчетные значения	Значимость и р-значения
1	2	3
Коэффициент детерминации	0,965	–
Коэффициент корреляции	0,983	–
Стандартная ошибка	0,239	–
Расчетное значение по тесту Фишера-Снедекора	1076,687	меньше 0,001
Расчетное значение по тесту Стьюдента для $u$ -пересечения	19,059	меньше 0,001
Расчетное значение по тесту Стьюдента для первого фактора	6,049	меньше 0,001
Расчетное значение по тесту Стьюдента для второго фактора	27,221	меньше 0,001

переменных. Соответственно, на другие факторы (которые здесь не учитываются) приходится не более 3,5%. Расчетное значение статистики значительно выше табличного значения теста Фишера-Снедекора, который составляет 3,98 на уровне значимости, равном 0,05. Все расчетные значения теста Стьюдента больше табличного значения, которое при уровне значимости 0,05 составляет 1,99. Таким образом, функция (1) хорошо аппроксимирует эмпирические данные. Интересно отметить, что высокое качество аппроксимации отмечалось и в проведенной ранее оценке производственной функции по обороту малых предприятий, выполненной по данным за 2014 г. [Пиньковецкая, 2016].

Расчетное значение уровня значимости теста Фишера-Снедекора меньше 0,001 (столбец 3 табл. 3). Поэтому действительно существует тесная корреляция между оборотом малых предприятий по регионам и такими факторами, как инвестиции в основной капитал этих предприятий и заработная плата их работников. Все  $p$ -значения меньше 0,001, т.е. с высокой достоверностью (99,9%) коэффициент разработанной функции и показатели степеней в этой регрессионной модели статистически значимы.

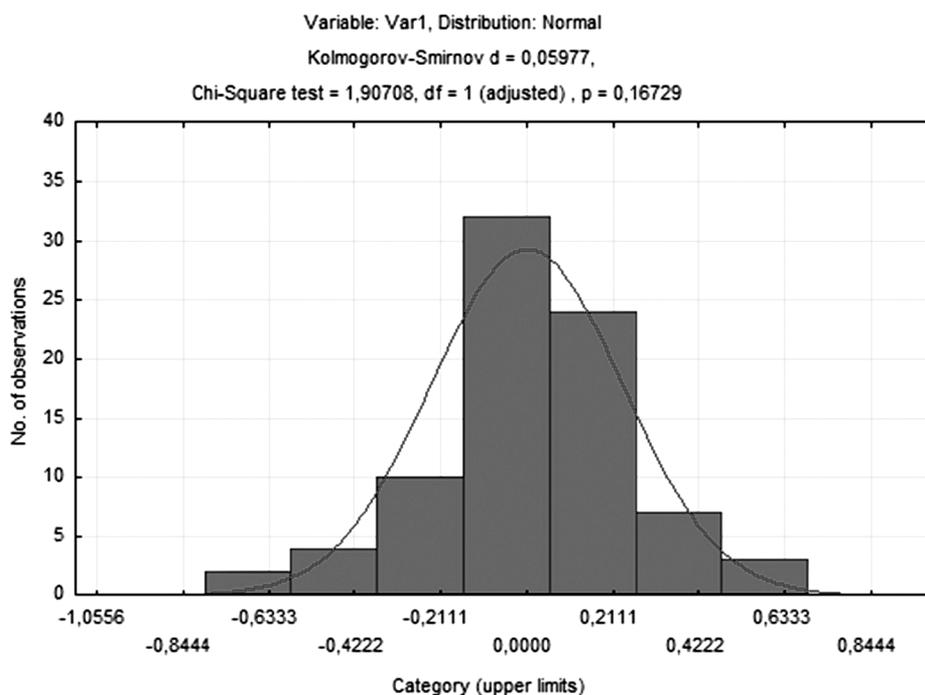
Проверка функции (1) с использованием теста Дарбина-Уотсона показала отсутствие автокорреляции, а с использованием теста

Бреуша-Пагана — отсутствие гетероскедастичности. Уровень коллинеарности независимых переменных контролировался критерием дисперсионных факторов инфляции (VIF).

В процессе аппроксимации исходных данных методом наименьших квадратов были получены остатки, показывающие отклонения расчетных значений от исходных данных. Проверка распределения этих остатков по производственной функции проводилась на основе оценки графика гистограмм, функции нормального распределения и тестов нормальности. Графическая интерпретация остатков регрессии, полученных в процессе моделирования, представлена на рис. 2. На нем показана гистограмма и соответствующая ей функция нормального распределения.

График гистограммы остатков характеризуется максимальными высотами построенных прямоугольников в середине гистограммы и минимальными высотами прямоугольников, расположенных на краях гистограммы справа и слева (так называемыми хвостами). Гистограмма симметрична относительно середины. Гистограмма демонстрирует, что остатки концентрируются около нуля. Этот же вывод следует из анализа функции распределения (2), которая имеет среднее значение, равное нулю.

Функция распределения остатков  $X_3$  приведена ниже.



**Рис. 2.** Функция плотности распределения остатков регрессии

Fig. 2. The density function of the distribution of the residuals of the regression

$$y_2(x_3) = \frac{17,31}{0,24\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{(x_1 - 0)^2}{2 \times 0,24 \times 0,24}} \quad (1)$$

Тесты Шапиро-Вилка (расчетное значение 0,97 больше табличного 0,93), Пирсона (расчетное значение 1,91 меньше табличного 9,49) и Колмогорова-Смирнова (расчетное значение 0,06 меньше табличного 0,15) подтвердили нормальность распределения, описываемого этой функцией.

В целом можно сделать вывод, что разработанная функция (1) полностью удовлетворяет эконометрическим требованиям и поэтому может быть использована для описания сложившейся в регионах России взаимосвязи оборота совокупностей малых предприятий от потока инвестиций в основной капитал и затрат на заработную плату работников этих предприятий.

### Обсуждение полученных результатов

Разработанная производственная функция (1) доказывает наличие влияния рассматриваемых факторов на оборот предприятий, относящихся к малому предпринимательскому сектору экономики регионов России. Значения степеней по обоим факторам в функции положительны, следовательно, можно констатировать, что стимулирование развития малого предпринимательства может быть обеспечено увеличением затрат на заработную плату и ростом инвестиций в основной капитал. Производственная функция (1) для диапазона значений факторов (табл. 1) не достигает своего максимума. Это подтверждается тем, что значения предельной отдачи по обоим факторам положительны на рассматриваемых диапазонах изменения значений факторов. Следовательно, может быть сделан вывод

о том, что экономика регионов России не достигла насыщения продукцией малых предприятий, и они имеют существенные резервы для дальнейшего развития. Иными словами, во всех регионах имеются возможности наращивания количества предприятий и численности занятых в них работников.

Сумма значений показателей степеней в функции (1) больше единицы, что указывает на возрастающую отдачу от масштаба. Аналогичная тенденция отмечена в странах Азии [Khatun, Afroze, 2016]. С увеличением обоих факторов (инвестиций в основной капитал и заработной платы работников) рост объемов производства идет быстрее, чем рост факторов. Например, при росте обоих факторов в функции (1) на 10% объем производства увеличивается на 10,06%. Ускоренное увеличение объемов производства при росте факторов имеет важное экономическое и социальное значение. Для быстрого увеличения объемов производства малых предприятий в российских регионах целесообразно обеспечить одновременный рост обоих этих факторов. Это создаст условия для увеличения отдачи от масштаба.

Следует отметить, что для регионов с избытком трудоспособного населения (например, республики Северного Кавказа) основное направление развития предпринимательства связано с увеличением занятости и созданием семейного бизнеса. В регионах, где не хватает потенциальных работников (Сибирь и Дальний Восток), основное направление увеличения объемов производства связано с увеличением инвестиций в основной капитал. Перекрестные производные производственной функции для каждого из двух факторов положительны для всех значений диапазона изменяющихся факторов, поэтому увеличение одного из факторов улучшает условия использования другого фактора. Таким образом, рост заработной платы работников повышает отдачу от инвестиций в основной капитал. И, наоборот, при увеличении ин-

вестиций в основной капитал возрастает уровень использования заработной платы.

Вторые производные всех изоквант являются положительными.

Отметим, что указанные выводы совпадают с производственной функцией по совокупностям малых предприятий в регионах по данным за 2015 г. [Пиньковецкая, 2017]. Уровень выпуклости снижается с ростом оборота, что свидетельствует об увеличении эластичности замещающих факторов: с ростом объемов производства в малых предприятиях возрастает возможность замещения одного фактора другим. Фактор заработной платы работников в производственной функции влияет на оборот в большей степени, чем фактор инвестиций в основной капитал.

Использование производственной функции (1) возможно при решении такой насущной проблемы, как составление рейтинга регионов исходя из эффективности использования следующих ресурсов: инвестиции в основной капитал и заработная плата работников малых предприятий. При этом может использоваться сравнительный анализ достигнутого в регионе фактического оборота всех малых предприятий и предсказанного на основании производственной функции значения оборота в этом же регионе. На наш взгляд, относительно большое положительное значение этой величины (т.е. превышение фактического оборота над расчетным) свидетельствует о хорошем предпринимательском климате в соответствующем регионе. И, соответственно, большое отрицательное значение этой величины позволяет сделать вывод о наличии проблем с предпринимательским климатом в соответствующем регионе.

Проведенный сравнительный анализ эмпирических данных, использованных при разработке производственной функции (1) и предсказанных значений по этой же функции, показал высокий уровень предпринимательского климата в Ивановской и Калининградской областях, городе Москве,

а также Краснодарском крае. Низкий уровень предпринимательского климата по критерию эффективности использования рассматриваемых факторов отмечен в Оренбургской, Кемеровской и Амурской областях, республике Коми, а также Хабаровском крае.

## Выводы

Проведенные исследования имеют определенную научную и практическую значимость.

Научная значимость проведенного исследования заключается в следующем:

- рассмотрены методические аспекты оценки производственных функций. Проанализированы проблемы, вытекающие при использовании основных фондов как фактора капитала и количества работников, занятых в производственных процессах в качестве фактора труда, а также данных, сформированных в виде временных рядов. Показаны преимущества выбора в качестве факторов при оценке производственной функции совокупностей малых предприятий в регионах потока инвестиций и заработной платы работников и пространственных данных за один год;

- в процессе исследований была разработана двухфакторная производственная функция, аналогичная функции Кобба-Дугласа. Эта функция описывает зависимость оборота малых предприятий от рассматриваемых факторов в регионах. С использованием ряда тестов было подтверждено высокое качество разработанной производственной функции и хорошая аппроксимация исходных данных;

- производственная функция доказала, что имеются значительные резервы для дальнейшего развития предпринимательского сектора экономики, а именно: во всех российских регионах не достигнуто насыщение товарами и услугами малых предприятий. Рост каждого из факторов функции стимулирует эффективность использования соответственно другого фактора. С увеличением оборота в совокупности

малых предприятиях улучшаются возможности замещения одного фактора другим. Заработная плата в полученной функции влияет на объем производства в существенно большей степени, чем поток инвестиций в основной капитал. По совокупностям малых предприятий в регионах наблюдается возрастающая отдача от масштаба;

- с использованием производственной функции были определены регионы России с высоким и низким уровнем эффективности использования имеющихся ресурсов (предпринимательского климата).

Практическая значимость проведенных исследований может быть реализована в деятельности органов власти, предпринимательском секторе национальной экономики, а также в образовательной деятельности. Полученные новые знания могут быть использованы в научных исследованиях, в учебном процессе при подготовке бакалавров и магистров, а также специалистов по проблемам малого предпринимательства.

Предложенный в статье методический подход и инструменты оценки производственной функции, описывающей деятельность совокупностей малых предприятий в регионах, могут быть использованы в научных исследованиях по проблемам предпринимательства, а также обоснования программ развития этого сектора экономики на федеральном и региональном уровнях. Методология и инструментарий, которые были использованы в исследовательском процессе, могут быть применены в аналогичных исследованиях в странах со значительным количеством территориальных (административных) единиц.

Проведенное исследование обеспечивает правительство, органы регионального управления и другие административные структуры информацией о возможных путях увеличения объемов производства малых предприятий. Разработанная производственная функция представляет собой эффективные инструменты управления, которые позволяют

проводить оценку уровня использования финансовых и трудовых ресурсов малых предприятий в конкретных регионах России. Результаты работы могут быть использованы в текущей деятельности государственных, муниципальных и общественных организаций, связанной с регулированием и поддержкой малого и среднего бизнеса, в том числе корректировать свои действия на основе научных данных.

Практическая значимость исследования также заключается в возможности использования полученных результатов для обоснования ресурсов и мониторинга предпринимательского климата. Они могут применяться в научных исследованиях, диагностике состояния предпринимательского климата, обосновании наиболее эффективных объемов трудовых и инвестиционных ресурсов, установления ключевых индикаторов при разработке планов и программ развития малого предпринимательства, иными словами, для оценки уровня эффективности каждого из обсуждаемых факторов, а также выявленного дисбаланса в значениях факторов по каждому из регионов. Функции могут быть использованы при обосновании инвестиций в основной капитал и трудовые ресурсы, формировании планов и программ для дальнейшего развития малых предприятий. Результаты исследования должны обеспечить реализацию Федеральной стратегии развития малых и средних предприятий на период до 2030 года<sup>2</sup>.

Дальнейшие исследования связаны с оценкой производственных функций по совокупностям малых предприятий, которые специализированы на различных видах экономической деятельности, а также расположены в муниципальных образованиях конкретных регионов.

<sup>2</sup> Стратегия развития малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации на период до 2030 года, утв. распоряжением Правительства от 02.06.2016 № 1083-р [Электронный ресурс]. URL: [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_199462/f3fa9da4fab9fba49fc9e0d938761ccffdd288bd/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_199462/f3fa9da4fab9fba49fc9e0d938761ccffdd288bd/) (дата обращения: 21.11.2018).

### Список литературы

1. Адамадзиев К. Р., Адамадзиева А. К., Ахмедов А. С. Ключевые показатели экономики регионов и связи (зависимости) между ними: методы, модели, методика оценки // *Фундаментальные исследования*. 2017. № 1. С. 134–139.
2. Адамадзиев К. Р., Халилов М. А. Модели производственных функций регионов: расчет параметров и характеристик, анализ зависимости выпуска продукции от затрат ресурсов // *Фундаментальные исследования*. 2016. № 4–2. С. 339–345.
3. Алферова Т. В., Третьякова Е. А., Аликина Е. Б. и др. Моделирование производственной функции промышленного сектора экономики Пермского края // *Журнал экономической теории*. 2018. Т. 15. № 2. С. 213–225.
4. Арженовский С. В., Шеховцов Р. В. Приоритеты долгосрочного социально-экономического развития региона: экономические модели производственных функций // *Региональная экономика: теория и практика*. 2016. № 10. С. 147–156.
5. Бессонов В. А., Цухло С. В. Проблемы построения производственных функций в российской переходной экономике // *Анализ динамики российской переходной экономики*. М.: Институт экономики переходного периода, 2002. С. 5–89.
6. Гавриленков Е. Е. Экономический рост и долгосрочная стратегия развития России // *Российская экономика: опыт трансформации 1990-х годов и перспективы развития*. М.: ГУ-ВШЭ, 2000. С. 55–78.
7. Дрейпер Н, Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М.: Финансы и статистика, 1986.
8. Камалетдинов А. Ш., Ксенофонтов А. А. Моделирование доходов социально-экономических систем на основе производственной функции // *Финансы: теория и практика*. 2018. Т. 22. № 1. С. 118–127.
9. Клейнер Г. Б. Производственные функции: Теория, методы, применение. М.: Финансы и статистика, 1986.
10. Мосина Е. А. Региональное малое предпринимательство: необходимые условия и перспективы развития // *Социальная политика и социология*. 2016. Т. 15. № 1. С. 17–23.
11. Никоноров В. М. Уточненная оценка производственной функции розничной торговли РФ // *Общество: политика, экономика, право*. 2017. № 9. С. 32–36.
12. Носов В. В., Азнабаева А. М. Производственная функция при моделировании ВВП стран-членов БРИКС // *Новый университет*. Серия: Экономика и право. 2016. № 10 (68). С. 20–24.
13. Линдак Р. С., Рубинфельд Д. Л. Микроэкономика. М.: ДЕЛО, 2001.
14. Пиньковецкая Ю. С. Модели объемов производства совокупностей малых и средних предприятий в субъектах Российской Федерации // *Мир новой экономики*. 2016. № 2. С. 113–118.
15. Пиньковецкая Ю. С. Моделирование деятельности совокупностей малых и средних предприятий с использованием производственных функций // *Человек. Общество. Инклюзия*. 2017. № 3(20). С. 92–100.
16. Пиньковецкая Ю. С. Некоторые результаты моделирования объемов производства предпринимательских структур // *ЭТАП: экономическая теория, анализ, практика*. 2014. № 2. С. 107–126.
17. Пшеничникова С. Н., Романюк И. Д. Анализ производственной функции Кобба-Дугласа для экономик Рос-

- сии и ряда стран региона Центральной и Восточной Европы // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Экономика. Социология. Менеджмент. 2017. Т. 7. № 3 (24). С. 148–166.
18. Развитие малого и среднего предпринимательства. За рубежом: опыт. М.: МСП Банк, 2015.
  19. Садовин Н. С., Кокоткина Т. Н. Экономический анализ статистических оценок параметров мультипликативных производственных функций, моделирующих валовой региональный продукт // Актуальные проблемы экономики современной России. 2017. № 4. С. 46–50.
  20. Сафиуллин Р. Г., Гришина Т. П., Маликова Э. Р. Территориальная динамика конкурентоспособности малого предпринимательства в РФ // Успехи современного естествознания. 2016. № 11–2. С. 390–395.
  21. Сокол Г. А., Кутышкин А. В., Петров А. А. Об использовании производственных функций для моделирования функционирования региональной экономики // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2017. Т. 17. № 4. С. 85–97.
  22. Ходасевич Г. Б. Обработка экспериментальных данных на ЭВМ. Часть 2: Обработка одномерных массивов [Электронный ресурс]. URL: <http://dvo.sut.ru/libr/opds/i130hod2/index.htm> (дата обращения: 12.10.2018).
  23. Чепуренко А. Ю. Совмещающая универсальные концепции с национальной спецификой: поддержка малого и среднего предпринимательства // Вопросы государственного и муниципального управления. 2017. № 1. С. 7–30.
  24. Action Plan to Promote Entrepreneurship and Competitiveness, Directorate-General for Enterprise. The European Commission — DG Enterprise and Industry. Luxembourg: Eur-Op, 1999.
  25. Batool S., Zulfikar S. Analyzing the Input Output Relationship of Small and Medium Enterprises in Pakistan: An Econometric Approach // International Journal of Business and Economic Development. 2013. No. 1 (1). P. 66–73.
  26. Bohorquez V., Esteves J. Analyzing SMEs size as a moderator of ERP impact in SMEs productivity // Communications of the IIMA. 2008. No. 8 (3).
  27. Brock W. A., Evans D. Small business economics // Small Business Economics. 1989. No. 1. P. 7–20.
  28. Cobb C. W., Douglas P. H. A Theory of Production // The American Economic Review. 1928. Vol. 18. P. 139–165.
  29. Decker R., Haltiwanger J., Jarmin R., et al. The Role of Entrepreneurship in US Job Creation and Economic Dynamism // Journal of Economic Perspectives. 2014. Vol. 28. No. 3. P. 3–24.
  30. Douglas P. Are There Laws of Production? // The American Economic Review. 1984. Vol. 38. No. 1. P. 1–41.
  31. Durand D. Some Thoughts on Marginal Productivity with Special Reference to Professor Douglas' Analysis // Journal of Political Economy. 1937. Vol. 45. P. 740–758.
  32. Feldman M., Lanahan L., Miller J. Inadvertent infrastructure and regional entrepreneurship policy. In M. Fritsch (Ed.), Handbook of research on entrepreneurship and regional development. Cheltenham: Edward Elgar. 2011. P. 216–251.
  33. Felipe J., McCombie J. Problems with Regional Production Functions and Estimates of Agglomeration Economies: A Caveat Emptor for Regional Scientists // Cambridge Centre for Economic and Public Policy. 2012. Working Paper No. 725.
  34. Harris R. J. A primer of multivariate statistics. New York: Academic Press. 1985.
  35. Husain S., Islam M. S. A Test for the Cobb Douglas Production Function in Manufacturing Sector: The Case of Bangladesh // International Journal of Business and Economics Research. 2016. No. 5 (5). P. 149–154.
  36. Khatun T., Afroze S. Relationship between real GDP and Labour and Capital by applying the Cobb-Douglas production function: a comparative analysis among selected Asian Countries // Journal of Business Studies. 2016. Vol. XXXVII. No. 1. P. 113–129.
  37. Sage A. P., Rouse W. B. Economic systems analysis and assessment cost, value, and competition in information and knowledge intensive systems, organizations, and enterprises. John Wiley & Sons, New York, USA. 2011.
  38. Van Praag C., Versloot P. What is the value of entrepreneurship? // A Review of Recent Research, Small Business Economics. 2007. No. 29 (4). P. 351–382.
  39. Wennekers S., Uhlaner L., Thurik R. Entrepreneurship and its conditions: a macro perspective // International Journal of Entrepreneurship Education. 2002. No. 1 (1). P. 25–64.

## References

1. Adamaliev K. R., Agamalieva A. K., Akhmedov A. S. *Klyucheveye pokazateli ehkonomiki regionov i svyazi (zavisimosti) mezhdu nimi: metody, modeli, metodika ocenki* [Key indicators of the economy of regions and connections (dependencies) between them: methods, models, and methods of evaluation. *Fundamental'nye issledovaniya* — Fundamental research, 2017, no. 1, pp. 134–139.
2. Adamaliev K. R., Khalilov M. A. *Modeliproizvodstvennykh funktsiy regionov: raschet parametrov i harakteristik, analiz zavisimosti vypuska produkcii ot zatrat resursov* [Models of production functions of the regions: calculation of parameters and characteristics, analysis of the dependence of the output from the overhead]. *Fundamental'nye issledovaniya* — Fundamental research, 2016, no. 4–2, pp. 339–345.
3. Alferova T. V., Tret'yakova E. A., Alikina E. B., et al. *Modelirovanie proizvodstvennoy funktsii promyshlennogo sektora ehkonomiki Permskogo kraya* [Modelling of the production function in the industrial economy of the Perm region]. *Zhurnal ehkonomicheskoy teorii* — Journal of economic theory, 2018, vol. 15, no. 2, pp. 213–225.
4. Arzhenovskiy S. V., Shekhovtsov R. V. *Prioritety dolgosrochnogo social'no-ehkonomicheskogo razvitiya regiona: ehkonomicheskie modeli proizvodstvennykh funktsiy* [Priorities of long-term socio-economic development of the region: economic models of production functions]. *Regional'naya ehkonomika: teoriya i praktika* — Regional economy: theory and practice, 2016, no. 10, pp. 147–156.
5. Bessonov V. A., Tsukhlo S. V. *Problemy postroyeniya proizvodstvennykh funktsiy v rossijskoy perekhodnoy ehkonomike* [Problems of construction of production functions in the Russian transition economy] // *Analiz dinamiki rossijskoy perekhodnoy ehkonomiki* [Analysis of the dynamics of the Russian transition economy]. Moscow: Institute of transitional economy, 2002, pp. 5–89.
6. Gavrilenkov E. E. *Ekonomicheskij rost i dolgosrochnaya strategiya razvitiya Rossii* [Economic growth and long-term development strategy of Russia] // *Rossiyskaya ehkonomika: opyt transformatsii 1990-h godov i perspektivy razvitiya* [Russian economy: the experience of transformation of

- the 1990s and development prospects]. Moscow: HSE, 2000, pp. 55–78.
7. Dreyper N., Smith G. *Prikladnoj regressionnyj analiz* [Applied regression analysis]. Moscow: Finance and statistics, 1986.
  8. Kamaletdinov A. sh., Ksenofontov A. A. *Modelirovanie dohodov social'no-ehkonomicheskikh sistem na osnove proizvodstvennoj funkcii* [Modeling of incomes of social and economic systems on the basis of production function]. *Finansy: teoriya i praktika* — Finance: theory and practice, 2018, vol. 22, no. 1, pp. 118–127.
  9. Kleyner G. B. *Proizvodstvennyye funkcii: Teoriya, metody, primeneniye* [Production functions: Theory, methods, application]. Moscow: Finance and statistics, 1986.
  10. Mosina E. A. *Regional'noe maloe predprinimatel'stvo: neobhodimyye usloviya i perspektivy razvitiya* [Regional small business: necessary conditions and prospects of development]. *Sotsial'naya politika i sociologiya* — Social policy and sociology, 2016, vol. 15, no. 1, pp. 17–23.
  11. Nikonorov V. M. *Utochnennaya ocenka proizvodstvennoj funkcii roznicznoy torgovli RF* [Updated assessment of the production function of retail trade of the Russian Federation]. *Obshchestvo: politika, ehkonomika, pravo* — Society: politics, economy, law, 2017, no. 9, pp. 32–36.
  12. Nosov V. V., Aznabayeva A. M. *Proizvodstvennaya funkciya pri modelirovanii VVP stran-chlenov BRIKS* [Production function in GDP modeling of BRICS member countries]. *Novyj universitet. Seriya: Ekonomika i pravo* — New University. Series: Economics and law, 2016, no. 10 (68), pp. 20–24.
  13. The Pindyck, R. S., Rubinfeld D. L. *Mikroehkonomika* [Microeconomics]. Moscow: CASE, 2001.
  14. Pinkovetskaya Yu. S. *Modeli ob'emov proizvodstva s vovkupnostej malyh i srednih predpriyatij v sub'ektah Rossijskoj Federatsii* [Models of production volumes of small and medium-sized enterprises in the subjects of the Russian Federation]. *Mir novoy ekonomiki* — World of the new economy, 2016, no. 2, pp. 113–118.
  15. Pinkovetskaya Yu. S. *Modelirovanie deyatelnosti s vovkupnostej malyh i srednih predpriyatij s ispol'zovaniem proizvodstvennykh funktsij* // [The Modeling of aggregates of small and medium enterprises using production functions]. *Chelovek. Obshchestvo. Inklyuziya* — Society. Inclusion, 2017, no. 3 (20), pp. 92–100.
  16. Pinkovetskaya Yu. S. *Nekotorye rezul'taty modelirovaniya ob'emov proizvodstva predprinimatel'skikh struktur* [Some simulation results of the production volume of business entities]. *EHTAP: ehkonomicheskaya teoriya, analiz, praktika* — STAGE: economic theory, analysis, practice, 2014, no. 2, pp. 107–126.
  17. Pshenichnikova S. N., Romanyuk I. D. *Analiz proizvodstvennoj funktsii Kobba-Duglasy dlya ehkonomik Rossii i ryada stran regiona Central'noj i Vostochnoj Evropy* [Analysis of the production function is Cobb-Douglas for the economies of Russia and several countries of Central and Eastern Europe]. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ekonomika. Sociologiya. Menedzhment* -Proceedings of southwest state University. Series: Economics. Sociology. Management, 2017, vol. 7, no. 3 (24), pp. 148–166.
  18. *Razvitie malogo i srednego predprinimatel'stva. Zarubezhnyj opyt* [Development of small and medium-sized businesses. Foreign experience]. Moscow: SME Bank, 2015.
  19. Sadovin N. S., Kokotkina T. N. *Ekonomicheskij analiz statisticheskikh ocenok parametrov mul'tiplikativnykh proizvodstvennykh funktsij, modeliruyushchih valovyy regional'nyj produkt* [Economic analysis of statistical estimates of the parameters of multiplicative production functions modeling the gross regional product]. *Aktual'nye problemy ehkonomiki sovremennoj Rossii* — Actual problems of the economy of modern Russia, 2017, no. 4, pp. 46–50.
  20. Safiullin R. G., Grishina T. P., Malikova E. R. *Territorial'naya dinamika konkurentosposobnosti malogo predprinimatel'stva v RF* [Territorial dynamics of competitiveness of small business in the Russian Federation]. *Uspekhi sovremennogo estestvoznaniya* — Advances in modern natural science, 2016, no. 11–2, pp. 390–395.
  21. Sokol A. G., Kutychkin A. V., Petrov A. A. *Ob ispol'zovanii proizvodstvennykh funktsij dlya modelirovaniya funkcionirovaniya regional'noj ehkonomiki* [On the use of production functions to simulate the functioning of the regional economy]. *Vestnik YUUrGU. Seriya «Komp'yuternyye tekhnologii, upravlenie, radioelektronika* — Vestnik of SUSU. Series «Computer technologies, control, Radioelectronics», 2017, vol. 17, no. 4, pp. 85–97.
  22. Khodasevich G. B. *Obrabotka ehksperimental'nykh dannykh na EHVМ. CHast 2: Obrabotka odnomernykh massivov* [Processing of experimental data on a computer. Part 2: Processing of one-dimensional arrays] [Electronic resource]. URL: <http://dvo.sut.ru/libr/opds/i130hod2/index.htm> (date accessed: 12.10.2018).
  23. Chepurenko A. Yu. *Sovmeshchaya universal'nye koncepcii s nacional'noj specifikoj: podderzhka malogo i srednego predpri-nimatel'stva* [Combining a universal concept with national characteristics: support of small and medium enterprises]. *Voprosy gosudarstvennogo i municipal'nogo upravleniya* — Issues of state and municipal management, 2017, no. 1, pp. 7–30.
  24. Action Plan to Promote Entrepreneurship and Competitiveness, Directorate-General for Enterprise. The European Commission — DG Enterprise and Industry. Luxembourg: Eur-Op, 1999.
  25. Batool S., Zulfiqar S. Analyzing the Input Output Relationship of Small and Medium Enterprises in Pakistan: An Econometric Approach. *International Journal of Business and Economic Development*, 2013, no. 1 (1), pp. 66–73.
  26. Bohorquez V., Esteves J. Analyzing SMEs size as a moderator of ERP impact in SMEs productivity. *Communications of the IIMA*, 2008, no. 8 (3).
  27. Brock W. A., Evans D. Small business economics. *Small Business Economics*, 1989, no. 1, pp. 7–20.
  28. Cobb C. W., Douglas P. H. A Theory of Production. *The American Economic Review*, 1928, vol. 18, pp. 139–165.
  29. Decker R., Haltiwanger J., Jarmin R., et al. The Role of Entrepreneurship in US Job Creation and Economic Dynamism. *Journal of Economic Perspectives*, 2014, vol. 28, no. 3, pp. 3–24.
  30. Douglas P. Are There Laws of Production? *The American Economic Review*, 1984, vol. 38, no. 1, pp. 1–41.
  31. Durand D. Some Thoughts on Marginal Productivity with Special Reference to Professor Douglas' Analysis. *Journal of Political Economy*, 1937, vol. 45, pp. 740–758.
  32. Feldman M., Lanahan L., Miller J. Inadvertent infrastructure and regional entrepreneurship policy. In M. Fritsch (Ed.), *Handbook of research on entrepreneurship and regional development*. Cheltenham: Edward Elgar, 2011, pp. 216–251.

33. Felipe J., McCombie J. Problems with Regional Production Functions and Estimates of Agglomeration Economies: A Caveat Emptor for Regional Scientists. *Cambridge Centre for Economic and Public Policy*, 2012, Working Paper No. 725.
34. Harris R. J. A primer of multivariate statistics. New York: Academic Press. 1985.
35. Husain S., Islam M. S. A Test for the Cobb Douglas Production Function in Manufacturing Sector: The Case of Bangladesh. *International Journal of Business and Economics Research*, 2016, no. 5 (5), pp. 149–154.
36. Khatun T., Afroze S. Relationship between real GDP and Labour and Capital by applying the Cobb-Douglas production function: a comparative analysis among selected Asian Countries. *Journal of Business Studies*, 2016, vol. XXXVII, no. 1, pp. 113–129.
37. Sage A. P., Rouse W. B. Economic systems analysis and assessment cost, value, and competition in information and knowledge intensive systems, organizations, and enterprises. John Wiley & Sons, New York, USA. 2011.
38. Van Praag C., Versloot P. What is the value of entrepreneurship? A Review of Recent Research. *Small Business Economics*, 2007, no. 29 (4), pp. 351–382.
39. Wennekers S., Uhlaner L., Thurik R. Entrepreneurship and its conditions: a macro perspective. *International Journal of Entrepreneurship Education*, 2002, no. 1 (1), pp. 25–64.

---

DOI: 10.24411/1993-7598-2019-10201

*Pinkovetskaia Yu., Ulyanovsk State University, Ulyanovsk, Russia, judy54@yandex.ru*

## Production function characterizing the turnover of small enterprises in the regions of Russia

The solution of problems regulation of entrepreneurship sector of economy puts forward among the most urgent problem of determining the reserves of its growth in each of regions in Russia. The aim of the study was to assess the two-factor production function, describing the dependence of the turnover of small enterprises in the regions on wages of employees and investments in fixed capital. A production function similar to the Cobb-Douglas function without scale constraints was evaluated. The study was based on empirical spatial data characterizing the activities of small enterprises, including micro enterprises. Official statistical information on 82 regions of Russia for 2017 was used. The study allowed to prove the high quality of approximation on initial data obtained by the two-factor production function, to prove that the economy regions of Russia has not reached saturation with small enterprises. The advantages of choice as a factor in assessing the production function small entrepreneurship in regions of flow of investment and wages of workers and spatial data for one year are shown. The developed production function is an effective management tool that allows you to establish the effectiveness of the use of financial and labor resources by small businesses in Russia and specific regions. The results of the study, namely new knowledge to assess the production activities of small businesses, have scientific and practical value. They can be used in research, monitoring the business climate, determining resource needs, substantiating plans and programs for the development of small business in Russia.

**Keywords:** production function, small enterprise, turnover, investment, wage, Russian regions, least square method

### About author:

Yu. Pinkovetskaia, PhD, *Economic analysis and state management department*

### For citation:

Pinkovetskaia Yu. Production function characterizing the turnover of small enterprises in the regions of Russia. *Journal of Modern Competition*, 2019, vol. 13, No. 2(74), pp. 5–19 (in Russian, abstr. in English).